

文章编号:1001-7372(2003)01-0062-06

## 单、双层衬砌隧道的非线性有限元分析

赵德安<sup>1</sup>, 雷晓燕<sup>2</sup>, SWOBODA G<sup>3</sup>

(1. 兰州铁道学院 土木工程系, 甘肃 兰州 730070; 2. 华东交通大学 土木建筑学院, 江西 南昌 330013;  
3. University of Innsbruck, A-6020 Innsbruck, Austria)

**摘要:**采用一种接触摩擦单元并利用广泛应用于岩土工程分析的 Mohr-Coulomb 塑性准则对同一隧道采用不同的衬砌类型的结构性能进行了比较分析,取得了一些有意义的结果。

**关键词:**隧道工程;隧道衬砌;有限元;弹塑性;接触摩擦

**中图分类号:**U451.4 **文献标识码:**A

### Nonlinear FEM analysis for single and double lining tunnels

ZHAO De-an<sup>1</sup>, LEI Xiao-yan<sup>2</sup>, SWOBODA G<sup>3</sup>

(1. Department of Civil Engineering, Lanzhou Railway University, Lanzhou 730070, China;  
2. School of Civil Engineering and Architecture, East China Jiaotong University, Nanchang 330013, China;  
3. University of Innsbruck, A-6020 Innsbruck, Austria)

**Abstract:** Authors focus on a comparison of the advantages and disadvantages of a single and a double lining structure, which are both based on the same engineering background. The Mohr-Coulomb plastic criterion is used to justify the plasticity of soil, and an effective and efficient contact interface element is employed to simulate the friction and contact case between soil and shotcrete or between inner and outer lining in the case of a double lining system. Some important results, such as the decoupling cases of the lining systems and the relevant distribution of the plastic zone as well as the lining forces, are obtained.

**Key words:** tunnel engineering; tunnel lining; finite element; elastic plasticity; contact friction

## 0 引言

笔者对两种类型的隧道衬砌结构进行结构性能的比较分析,即单层整体衬砌和双层衬砌结构。所谓双层衬砌结构是指,隧道开挖以后,先使用喷射混凝土和适宜的钢筋网形成第一层衬砌,或称一次衬砌。然后施工防水层,再施工第二层衬砌,或称二次衬砌。这种防水处理技术要求在利用有限元进行隧道结构整体分析时,必须将一、二次衬砌分开考虑,因为一、二次衬砌可能会出现非耦合现象。随着高质量防水混凝土技术的发展和大型先进的自动化隧道施工机械的使用,外层喷射混凝土已经可以较好地满足防水要求,因此二次模筑的衬砌可以从结构上与

一次衬砌真正连接为一体,从而增加了结构的整体刚度,此即前述所谓的单层衬砌结构。虽然笔者采用喷锚技术以充分调动岩土自承能力和加强衬砌与围岩之间的联结,但是岩土与衬砌或双层衬砌结构中内外衬砌之间的相对位移仍然很难避免,有时甚至会出现分离情况。水压力就是造成这种结构现象的主要因素之一。单层衬砌情况水压力作用在整体衬砌上,而双层衬砌情况水压力常作用在二次衬砌上。因此,用有限元方法对隧道进行整体分析时,选择一种有限元单元模式,使其能充分反映这种相邻单元之间的固定、分离以及摩擦滑移状态是非常重要的。

很多情况下隧道衬砌周围的岩土处于弹塑性工

收稿日期:2002-04-30

作者简介:赵德安(1959-),男,陕西户县人,兰州铁道学院教授,工学博士。

作状态,选择适宜的塑性判别准则是保证计算结果可靠性的重要因素。笔者选择常用于岩土工程分析的 Mohr-Coulomb 塑性准则,对同一工程背景的两层衬砌类型进行了整体结构的弹塑性有限元分析,并对计算结果进行了比较。

### 1 接触摩擦单元及塑性准则

#### 1.1 接触摩擦单元

结构分析的关键是建立其力学模型。用有限元方法进行结构分析既要选好力学模型,又要选择稳定适用的单元种类。为了较好地模拟单层衬砌模型中周围岩土与衬砌间以及双层衬砌模型中一次衬砌与二次衬砌间的固定、分离及摩擦滑移状态<sup>[1]</sup>,笔者选用了如图 1 所示的接触摩擦单元。该单元是一种 6 节点曲边单元。单元的 6 个节点具有两重性,它们既属于该单元本身,同时又属于被连接的滑移面两侧的物体,而被连接的两侧物体则可能发生分离或滑移。对笔者所研究的问题,在单层衬砌模型中该单元连接了模拟衬砌的梁单元和模拟衬砌周围岩土的三角形单元,而在双层衬砌模型中该单元则连接了模拟一、二次衬砌的两层梁单元。

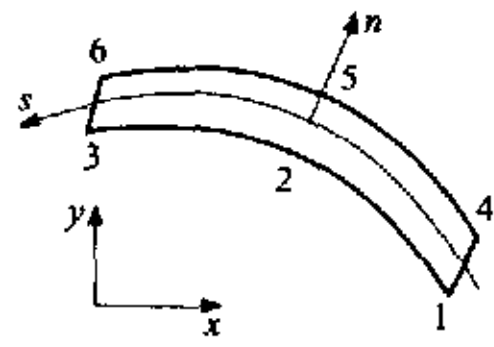


图 1 接触摩擦单元

接触摩擦单元的定义特点是考虑两接触面的接触应力及相对位移。运用虚位移原理有<sup>[2]</sup>

$$\delta a^T F = \int_{\Gamma} (\delta A)^T \Sigma d\Gamma \quad (1)$$

式中:  $a = \{u_1 \ v_1 \ u_2 \ v_2 \ \dots \ u_6 \ v_6\}^T$ ;  $F = \{F_{x1} \ F_{y1} \ F_{x2} \ F_{y2} \ \dots \ F_{x6} \ F_{y6}\}^T$ ;  $A = \{\Delta u' \ \Delta v'\}^T$ ;  $\Sigma = \{\sigma \ \tau\}^T$ ;  $a$ 、 $F$  分别为整体坐标系中增量节点位移矢量和增量等效节点力矢量;  $A$ 、 $\Sigma$  分别为局部坐标系中增量相对位移矢量及增量接触应力矢量。

插值函数矩阵定义为(图 2)

$$N = \begin{bmatrix} N_1 & 0 & N_2 & 0 & N_3 & 0 \\ 0 & N_1 & 0 & N_2 & 0 & N_3 \end{bmatrix} \quad (2)$$

式中:  $N_1 = -\frac{1}{2}\xi(1-\xi)$ ;  $N_2 = 1-\xi^2$ ;  $N_3 = \frac{1}{2}\xi(1+\xi)$ 。图 2 曲线坐标系

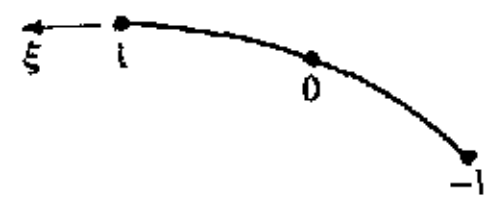


图 2 曲线坐标系

设  $\Delta a'$  为局部坐标系中增量节点相对位移矢量,即

$$\Delta a = \{\Delta u'_1 \ \Delta v'_1 \ \Delta u'_2 \ \Delta v'_2 \ \Delta u'_3 \ \Delta v'_3\}^T \quad (3)$$

则单元内任一点的相对位移可用节点相对位移表示

为

$$A = N\Delta a$$

设  $\sigma$  为局部坐标系中增量节点接触应力矢量,即

$$\sigma = \{\sigma_1 \ \tau_1 \ \sigma_2 \ \tau_2 \ \tau_3 \ \sigma_3\}^T \quad (4)$$

则单元内任一点的接触应力可用节点接触应力表示为

$$\Sigma = N\sigma \quad (5)$$

刚度矩阵的推导<sup>[1]</sup>保证以下约束条件:①在固定状态,节点对之间的法向相对位移和切向相对位移等于零;②在滑动状态,节点对之间在法线方向仍保持接触,但沿切线方向产生滑动,总剪应力等于容许剪应力;③在自由(分离)状态,节点对沿法线和切线方向的总接触应力等于零。

#### 1.2 Mohr-Coulomb 屈服准则

接触摩擦单元采用最大拉应力和 Mohr-Coulomb 剪切滑移准则作为接触状态判别准则<sup>[3,4]</sup>,即

$$\sigma \leq [\sigma], \tau \leq [\tau] \quad (6)$$

$$\tau = c - \sigma_n \tan \varphi \quad (7)$$

式中:  $\tau$  为剪应力;  $\sigma_n$  为正应力(受拉为正);  $c$  为粘聚力;  $\varphi$  为内摩擦角;  $[\sigma]$ 、 $[\tau]$  分别为沿法线和切线方向(图 1)的最大容许应力。在有限元计算中,对每一个荷载步的每一次循环都要重新判断两两相应的所有节点的新的接触情况。判别准则见表 1。

表 1 接触状态判别

迭代步 $n(i)$ (i-1)	固定	滑动	分离
固定	$\sigma < [\sigma]$ $\tau < [\tau]$	$\sigma < [\sigma]$ $\tau \geq [\tau]$	$\sigma \geq [\sigma]$
滑动	$\sigma < [\sigma]$ $\Delta v' < 0$	$\sigma < [\sigma]$ $\Delta v' \geq 0$	$\sigma \geq [\sigma]$
分离	$\Delta u' < 0$		$\Delta u' > 0$

表中,  $\Delta u'$  和  $\Delta v'$  是局部坐标系下的增量节点位移。

方程(2)可以用主应力的形式表示为

$$\sigma_1 - \sigma_3 = 2c \cos \varphi - (\sigma_1 + \sigma_3) \sin \varphi \quad (8)$$

NAYAK 等<sup>[5]</sup>又将式(3)发展成了如下的适合于数值分析应用的屈服准则表达式,此即计算程序所采用的屈服面函数

$$\frac{1}{3} J_1 \sin \varphi + (J_2')^{\frac{1}{2}} \left( \cos \theta - \frac{1}{\sqrt{3}} \sin \theta \sin \varphi \right) = c \cos \varphi \quad (9)$$

式中  $J_1 = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z$

$$J_2' = \frac{1}{2} (\sigma_x'^2 + \sigma_y'^2 + \sigma_z'^2) + \tau_{xy}'^2$$

$\sin\theta$  和  $\cos\theta$  由下式给出

$$\sin 3\theta = -\frac{3\sqrt{3}}{2} \frac{J_3}{(J_2)^{3/2}} \quad (10)$$

式中:  $J_3 = \sigma_z(\sigma_x^2 - J_2)$ 。

## 2 弹塑性分析

### 2.1 弹塑性本构关系

设屈服面函数为  $Y(\sigma, k)$ , 塑性势函数为  $Q(\sigma, k)$ , 其中  $\sigma$  是应力,  $k$  是材料硬化参数。并根据以下条件

$$\left. \begin{aligned} dY(\sigma, k) &= 0 \\ \dot{\epsilon} &= \dot{\epsilon}^e + \dot{\epsilon}^p \\ \dot{\epsilon}^p &= \lambda \frac{\partial Q}{\partial \sigma}, \lambda \geq 0 \\ \dot{\sigma} &= D\dot{\epsilon} \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

可得增量弹塑性本构关系为<sup>[4,6]</sup>

$$\dot{\sigma} = D_{ep}(\sigma, k, \dot{\epsilon})\dot{\epsilon} \quad (12)$$

式中: 弹塑性矩阵可表达为

$$D_{ep}(\sigma, k, \dot{\epsilon}) = D - \rho(\sigma, k, \dot{\epsilon})D_p(\sigma, k) \quad (13)$$

式中:  $D$  为弹性矩阵。

$$D_p(\sigma, k) = \frac{Db a^T D}{a^T D b - z^T w} \quad (14)$$

式中:  $a, b, z, w$  的定义为

$$a = \frac{\partial Y}{\partial \sigma}, b = \frac{\partial Q}{\partial \sigma}, z = \frac{\partial Y}{\partial k}, k = \lambda w \quad (15)$$

式(13)中的  $\rho$  称为塑性状态乘子。其取值条件为: 当  $Y(\sigma, k) = 0$ , 且  $a^T D \dot{\epsilon} > 0$  时,  $\rho = 1$ , 否则,  $\rho = 0$ 。

数值计算的实现方法请参考文献[4]、[6]。

### 2.2 单元类型选择

图3是有限元分析的离散化模型,按平面应变问题考虑。岩土采用6节点三角形单元,混凝土衬砌采用一种6节点梁单元,锚杆采用一种锚杆单元;单层衬砌模型的衬砌与周围岩土以及双层衬砌模型的一次衬砌与二次衬砌之间采用接触摩擦单元;单层衬砌与双层衬砌计算模型的唯一区别在于其使用接触摩擦单元的位置不同。单层衬砌模型接触摩擦单元置于衬砌与围岩之间,而双层衬砌模型接触摩擦单元被置于一、二次衬砌之间。两种模型的材料、几何尺寸及荷载都完全相同,以便达到比较两种模型的衬砌及围岩的弹塑性力学性能的目的。

对于有限元计算域以外的无限域,采用有限元与边界元耦合的方法处理<sup>[6,7]</sup>,计算域内弹塑性区采用有限元,外场无限域采用边界元。做法是将边界元区域看成一个超有限元,形成一个该超单元的单元

刚度后集成到整个结构的有限元方程中去。

### 2.3 离散化模型

图3(a)给出了计算模型的有限元分析离散化网格。图3(b)、(c)分别示意了单层衬砌模型和双层衬砌模型的衬砌及锚杆单元划分情况。

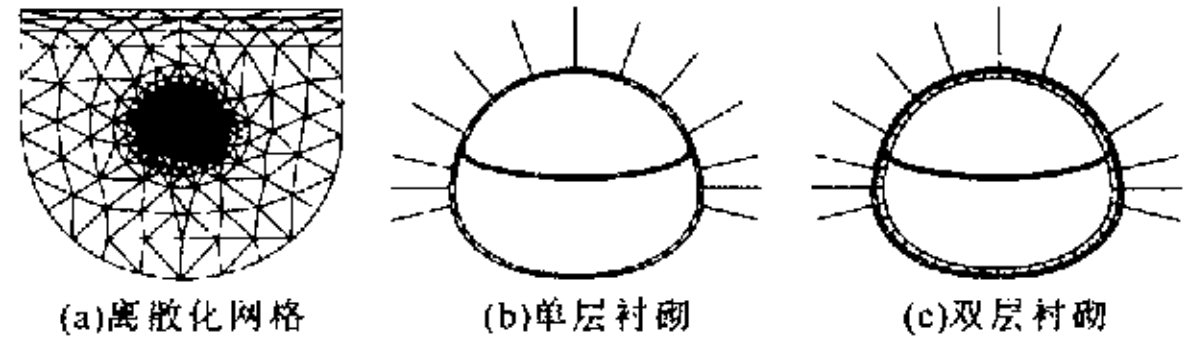


图3 有限元离散模型

### 2.4 模型尺寸与材料参数

为了便于比较分析,双层衬砌计算模型的衬砌总厚度在各个截面位置均与单层衬砌计算模型的厚度相同。单层衬砌计算模型的衬砌厚度从底部的0.95 m 逐渐变化到拱顶的0.8 m;双层衬砌模型的外层衬砌喷射混凝土厚度为0.3 m,内层衬砌从底部的0.65 m 逐渐变化到拱顶的0.5 m。表2给出了计算用的材料参数。

表2 材料参数

材料	弹性模量 /kN·m <sup>2</sup>	泊松比 $\nu$	容重 $\gamma$ /kN·m <sup>3</sup>	内摩 擦角/ $^\circ$	粘性系数 $c$ /kN·m <sup>2</sup>
岩土	$5.0 \times 10^4$	0.3	23.5	30	600.0
混凝土	$3.0 \times 10^7$	0.25	25.0		

### 2.5 应力释放方法及按施工步骤的荷载工况

应力释放是隧道开挖数值模拟计算的关键。图4给出了结合施工的三步计算图式。图4(a)是开挖计

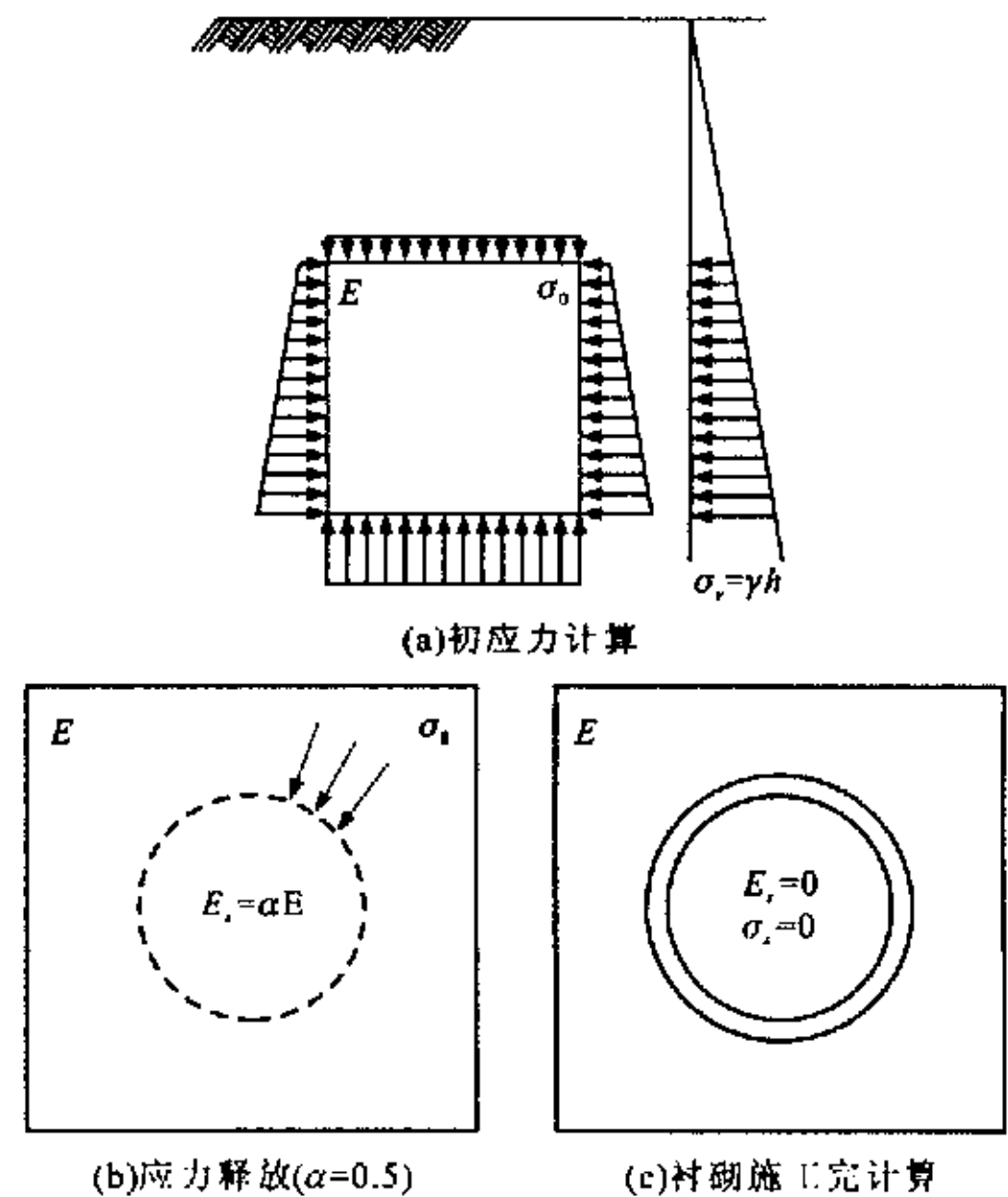


图4 隧道开挖计算步骤

算的第一步——初应力计算;图 4(b)表示应力释放计算,用有限元方法进行隧道开挖模拟时,通常可采用刚度折减法或支撑荷载法,笔者计算采用刚度折减法,其应力释放系数为 0.5;图 4(c)是二次衬砌完成后的计算图式示意,计算荷载见图 5。其中空气流吸力采用了奥地利隧道开挖新奥法数值模拟的经验值。

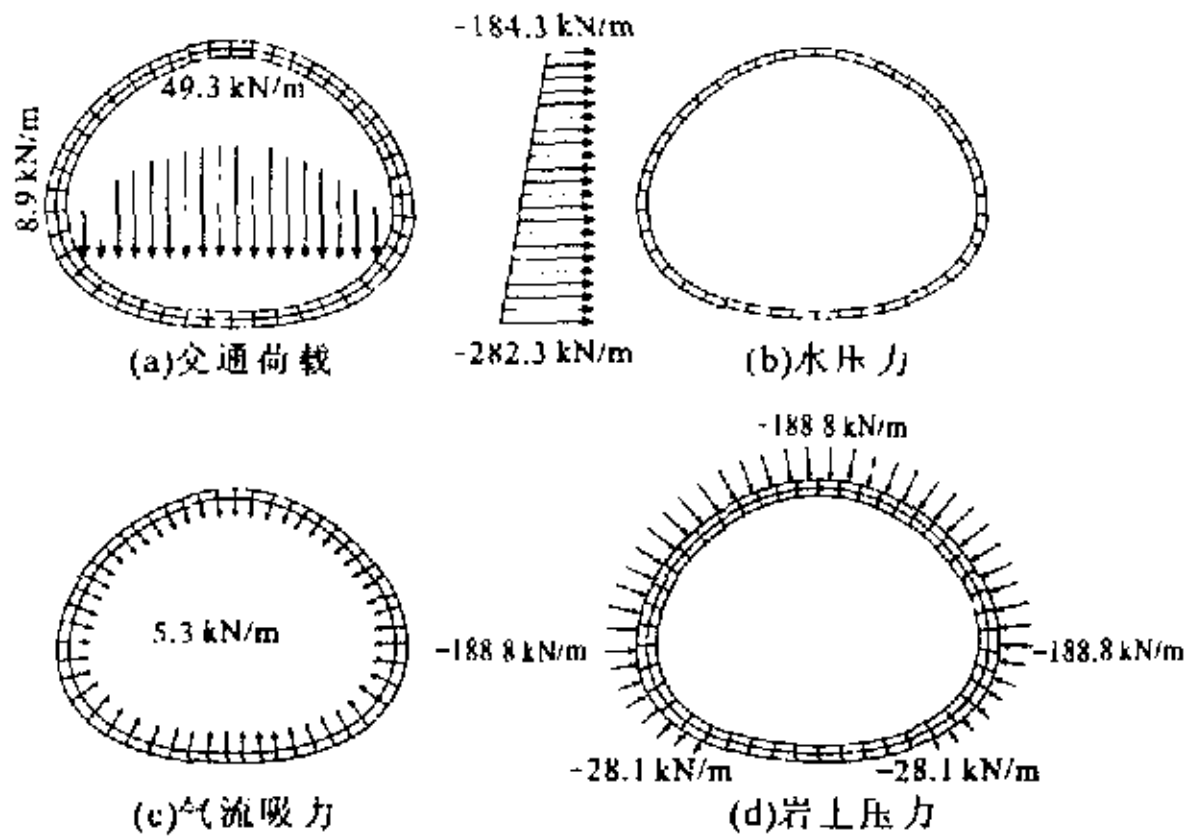


图 5 荷载

开挖过程分为开挖上部、开挖中部和开挖下部。结合施工步骤进行计算的荷载工况依次是:

- (1) 围岩初应力计算;
- (2) 上部待开挖部分应力释放;
- (3) 开挖上部,单层衬砌模型喷 30 cm 厚防水混凝土,双层衬砌模型喷 30 cm 厚普通喷射混凝土;
- (4) 中部待开挖部分应力释放;
- (5) 开挖中部,单层衬砌模型喷 30 cm 厚防水混凝土,双层衬砌模型喷 30 cm 厚普通喷射混凝土;
- (6) 下部待开挖部分应力释放;
- (7) 开挖下部,单层衬砌模型喷 30 cm 厚防水混凝土,双层衬砌模型喷 30 cm 厚普通喷射混凝土;

(8) 单层衬砌模型模筑第二次混凝土衬砌,双层衬砌模型先施工防水材料层、再模筑二次混凝土衬砌,施加与交通设计有关的荷载及水压力、土压力、空气流吸力等荷载。双层衬砌模型水压力作用于二次衬砌。

### 2.6 计算结果分析

图 6 给出了截面位置定义。计算结果见图 7~10。

图 7 是两种衬砌模型的结构耦合情况。双层衬砌计算模型在隧道上部、二次衬砌间发生了明显的分离现象;而单层衬

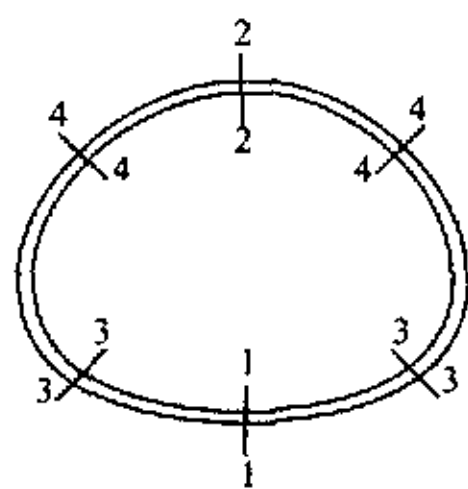


图 6 截面位置定义

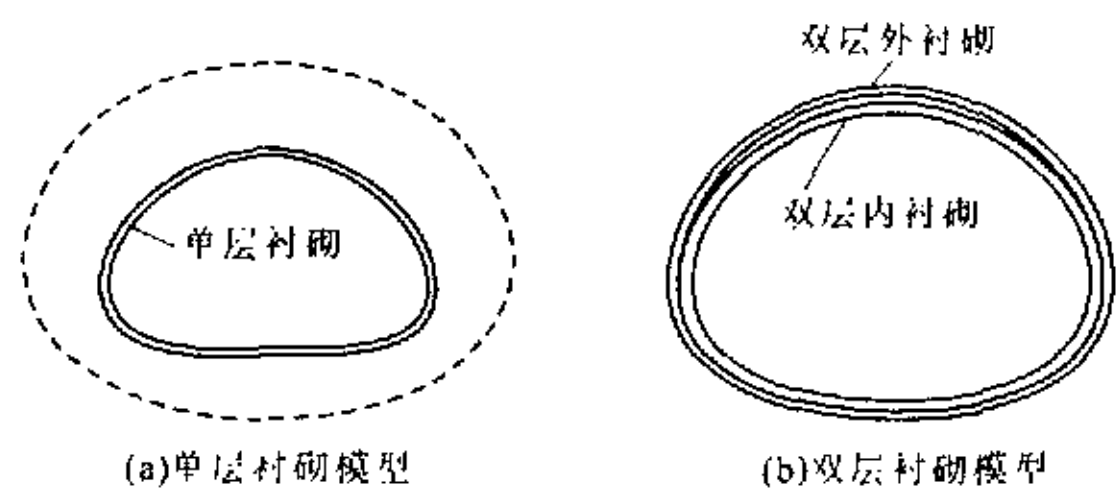
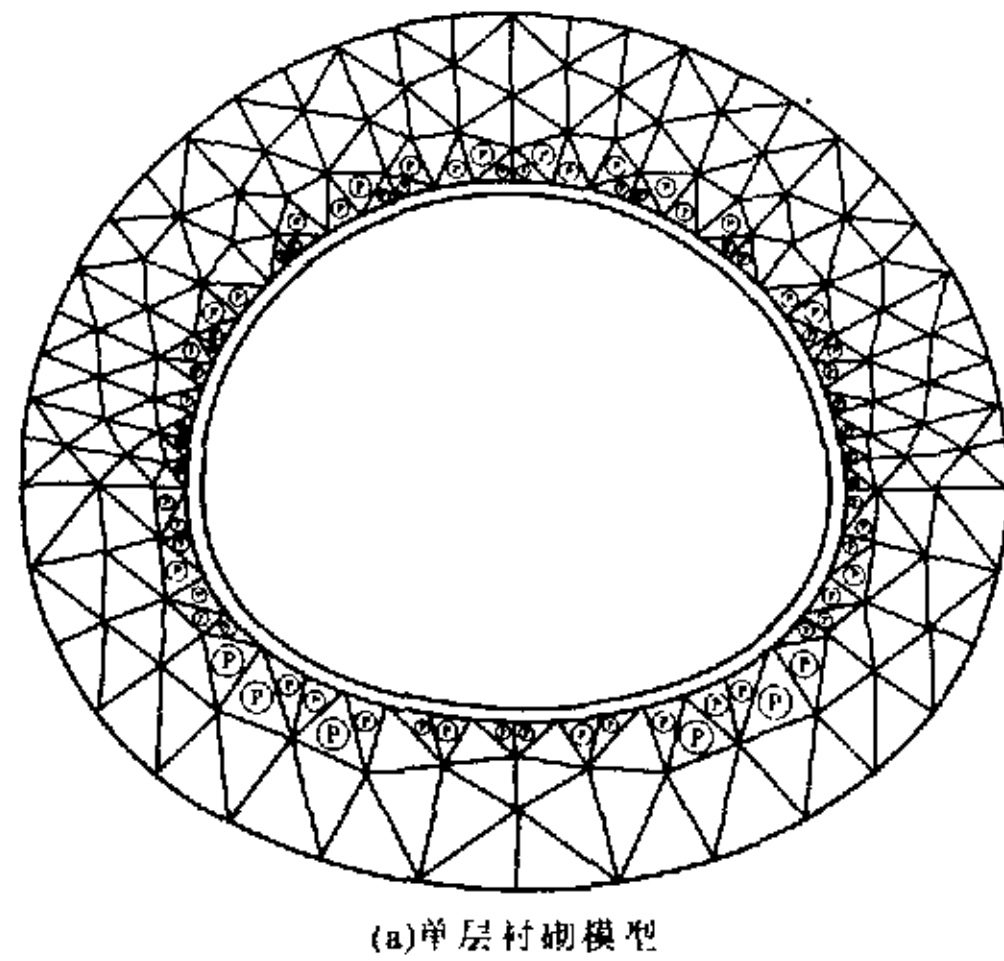
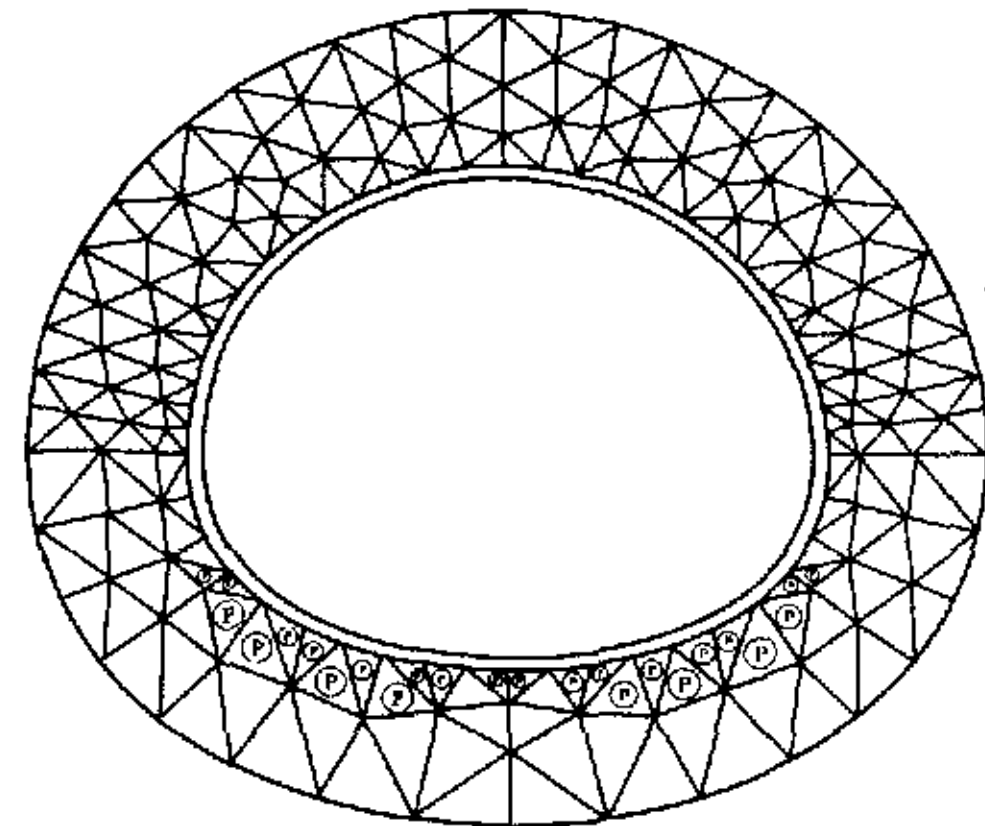


图 7 两种衬砌模型的结构耦合情况



(a)单层衬砌模型



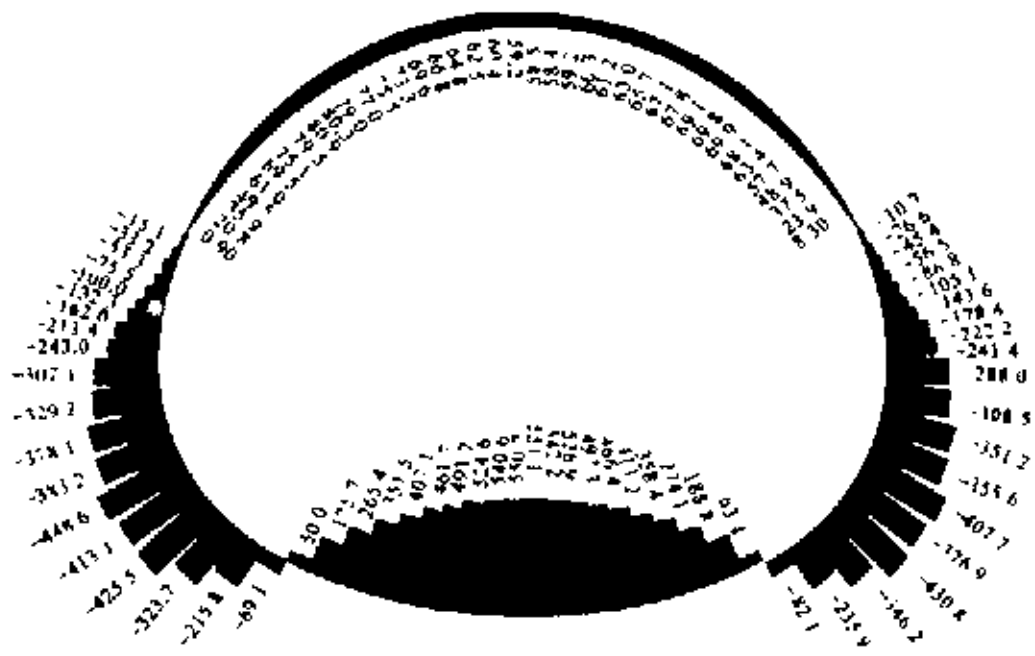
(b)双层衬砌模型

图 8 岩土中的塑性区分布

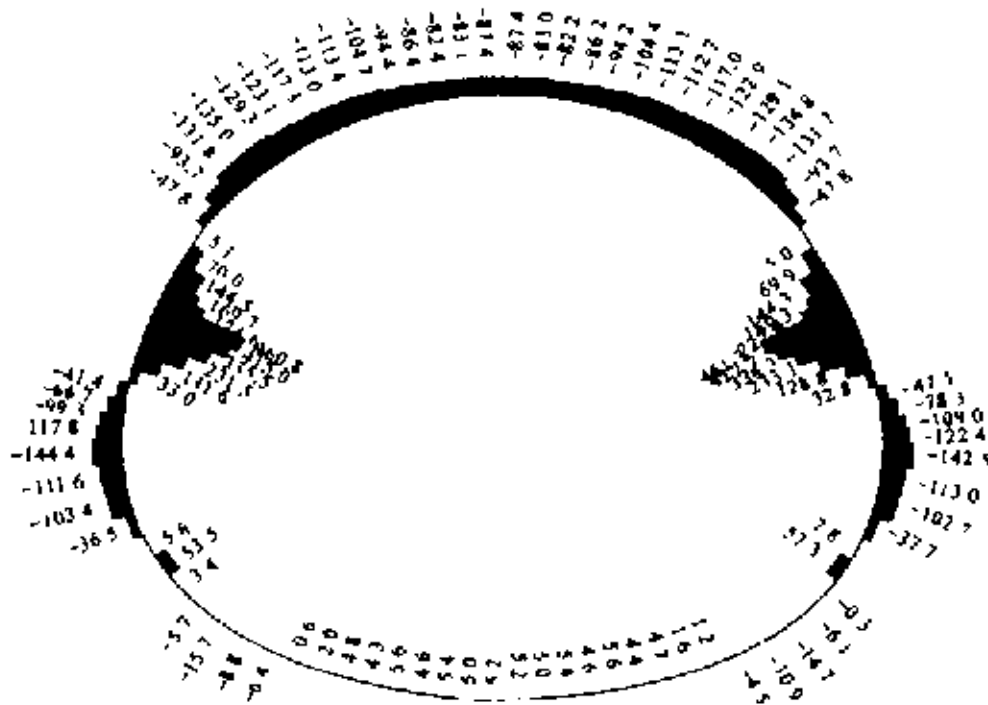
砌计算模型衬砌与周围岩土间没有明显的分离现象。这说明单层衬砌结构的结构整体性以及衬砌与周围岩土间的共同工作性能较好。

图 8 是隧道周围岩土中的塑性区分布情况。单层衬砌模型的衬砌周围岩土塑性区均匀分布于衬砌周围;而双层衬砌模型的岩土塑性区则集中分布在隧道下部左右两侧。这反映了衬砌刚度对隧道衬砌与周围岩土共同工作的影响,双层衬砌结构由于隧道顶部内外衬砌分离,相应位置衬砌变柔,导致衬砌周围岩土的塑性区集中产生于隧道底部左右两侧。

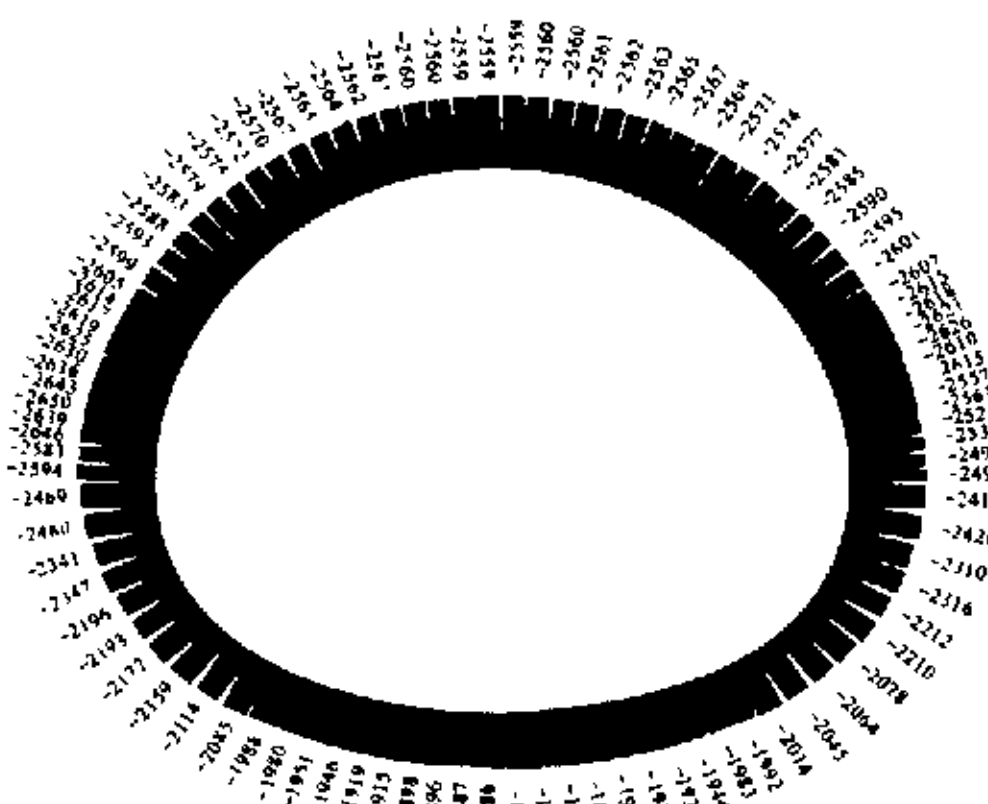
图 9、10 分别给出了双层衬砌和单层衬砌模型的弯矩和轴力分布情况。利用图 6 所表述的主要截



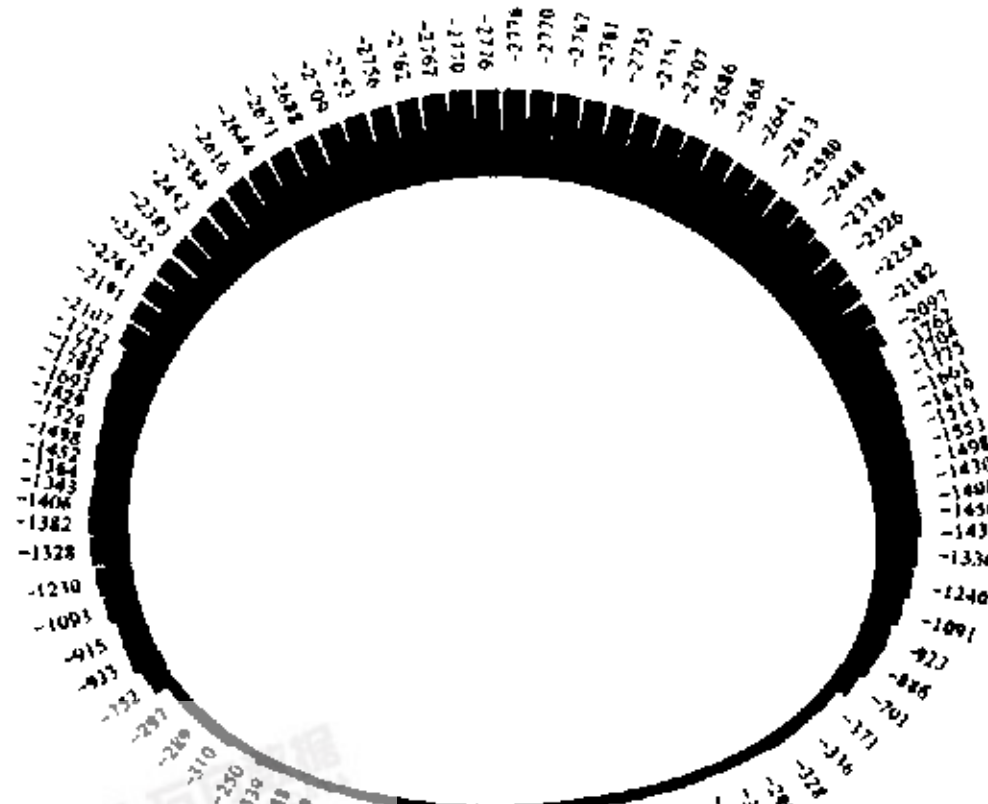
(a) 二次衬砌弯矩/kN·m



(b) 一次衬砌弯矩/kN·m

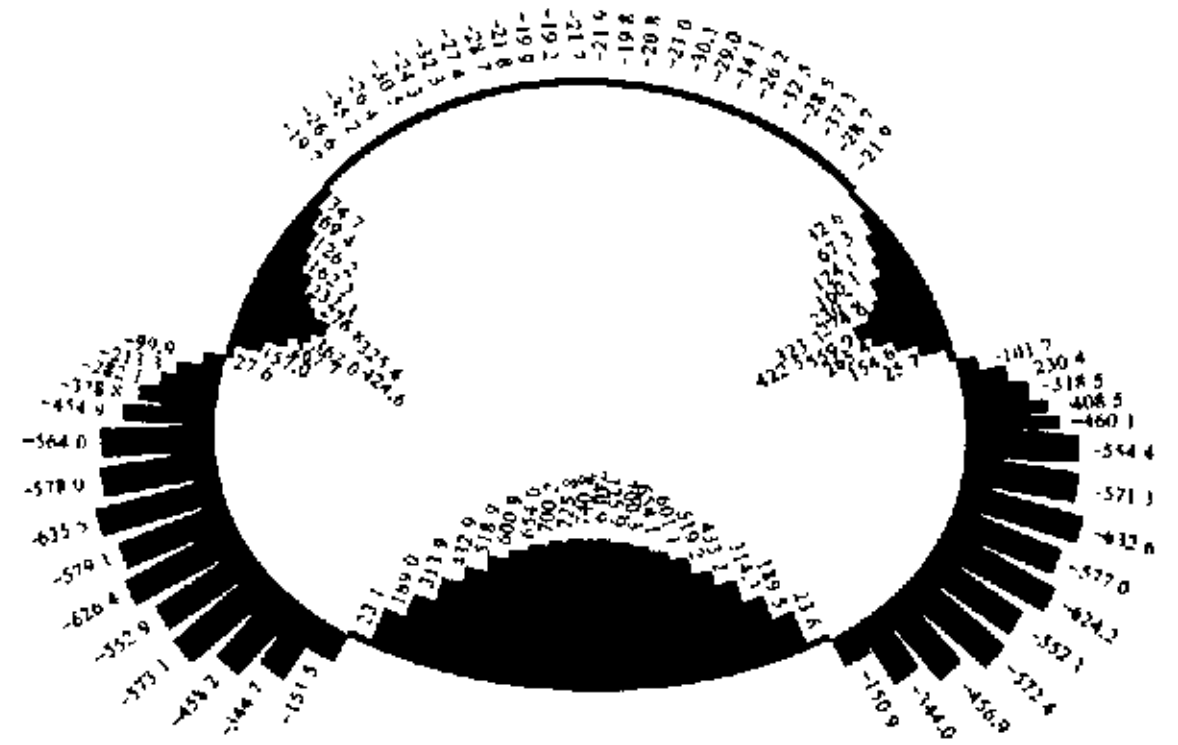


(c) 二次衬砌轴力/kN

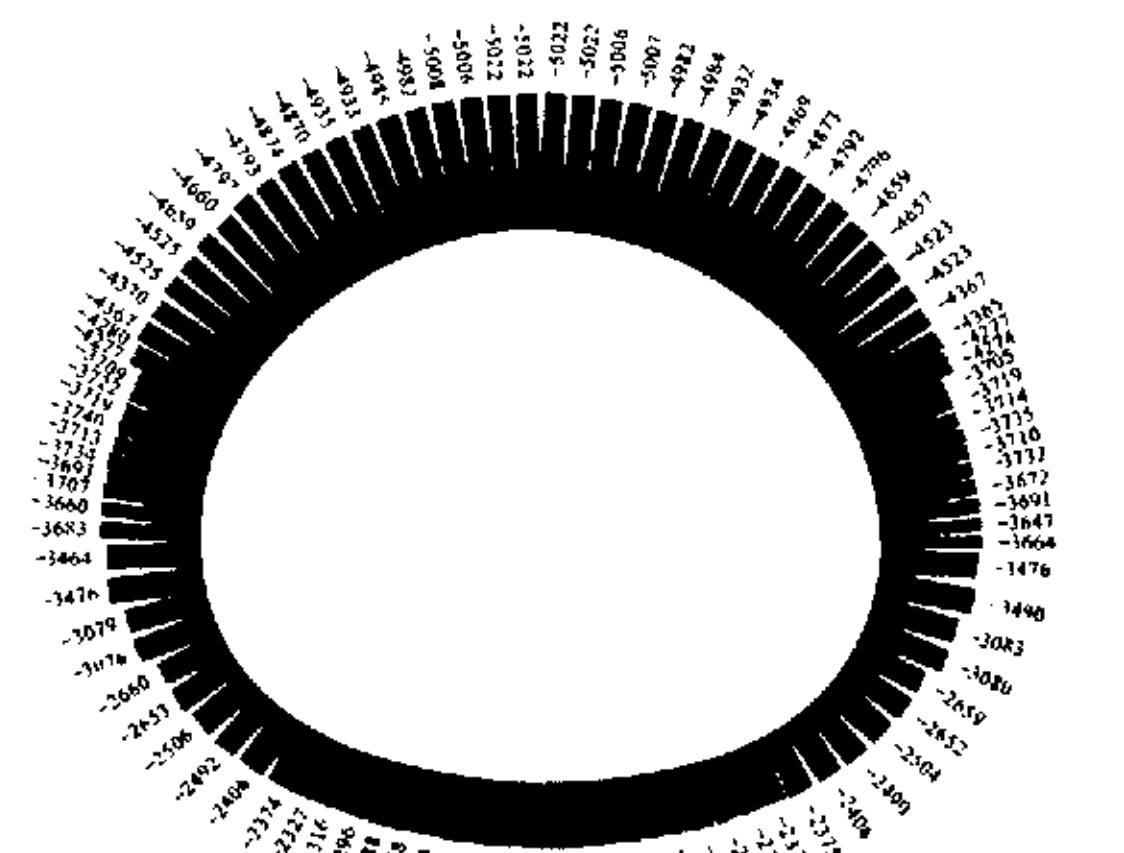


(d) 一次衬砌轴力/kN

图9 双层衬砌模型衬砌内力分布



(a) 弯矩/kN·m



(b) 轴力/kN

图10 单层衬砌模型衬砌内力分布

面位置,将双层衬砌模型的一、二次衬砌内力之和与单层衬砌模型的内力比较,可以看出:

- (1)隧道上部(截面 2-2 至截面 4-4)弯矩很小,两种衬砌模型的计算结果非常接近;
- (2)1-1 截面单层衬砌模型的弯矩比双层衬砌模型的弯矩大近 25%,3-3 截面大约 13%;
- (3)2-2 截面单层衬砌模型的轴力比双层衬砌模型的轴力小约 6%,1-1 截面则大约 4%,两侧衬砌中的轴力差别很小;
- (4)双层衬砌模型的一次衬砌的下部弯矩和轴力都很小。

### 3 结 语

对同一隧道按照两种衬砌模型(即单层整体衬砌和双层衬砌)利用接触摩擦单元进行了弹塑性有限元分析,总结几点认识如下:

- (1)双层衬砌结构一、二层衬砌内力叠加以后与单层衬砌结构的内力变化规律基本一致,隧道顶部弯矩很小、轴力最大。双层衬砌结构内外层衬砌内力的分配有其明显的特点,设计时应予特别关注。

(2)双层衬砌结构的内外衬砌在隧道顶部发生明显的非耦合(分离)现象,而单层衬砌结构显示出较好的整体性,因此采用二次衬砌的隧道,施工时应注意保证二次衬砌与初期支护间的良好结合。

(3)单层衬砌结构围岩塑性区较均匀地分布于衬砌周围;而双层衬砌结构由于隧道顶部内外衬砌分离,相应位置衬砌变柔,导致衬砌周围岩土塑性区集中产生于隧道底部左右两侧。

(4)中国目前隧道衬砌结构的设计常采用定型图,进一步研究不同围岩情况下的衬砌受力性能可为地下洞室的特殊设计及定型图的更新提供参考。

#### 参考文献:

[1] LEI X Y, SWOBODA G. Investigation of the contact friction problem with large displacement [A]. Computer Methods and Advances in Geomechanics [C]. Rotterdam: Balkema, 1997. 669—674.

[2] 雷晓燕. 岩土工程数值计算[M]. 北京: 中国铁道出版社, 1999.

[3] SWOBODA G, EBNER H, WANG S J, ZHANG J M. Application of the decoupled finite element analysis in tunneling [A]. Numerical Methods in Geomechanics [C]. Rotterdam: Balkema, 1988. 1465—1472.

[4] OWEN D R J, HINTEN E. Finite elements in plasticity[M]. Swansea: Pineridge Press Limited, 1980.

[5] NAYAK G C, ZIENKIEWICZ O C. Convenient form of stress invariants for plasticity[A]. Journal of the Struct. Div., Proc. of A. S. C. E [C]. Reston: A. S. C. E., 1972. 949—953.

[6] SWOBODA G. Program system final - finite element analysis program for linear and nonlinear structures [R]. Innsbruck: University of Innsbruck, 1998.

[7] BEER G. Finite element, boundary element coupled analysis of unbounded problems in elastostatic[J]. Int. J. for Num. Meth. Eng., 1983, 19(3): 567—580.

(上接第61页)

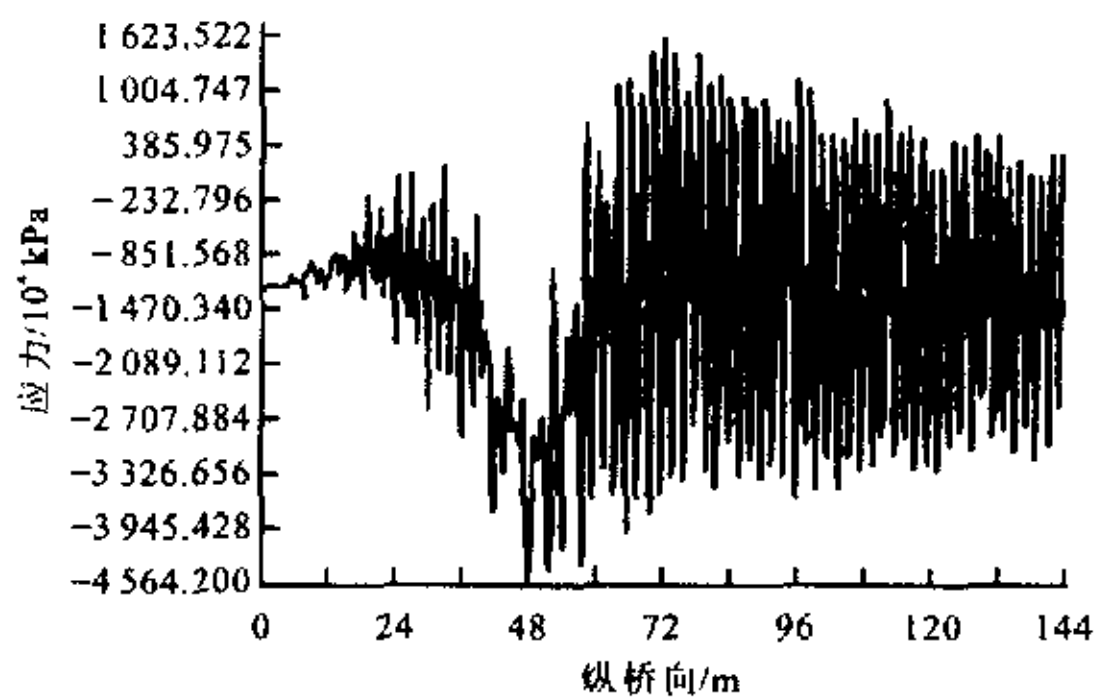


图9 3.2倍试验荷载下拱顶截面轴向最大应力曲线

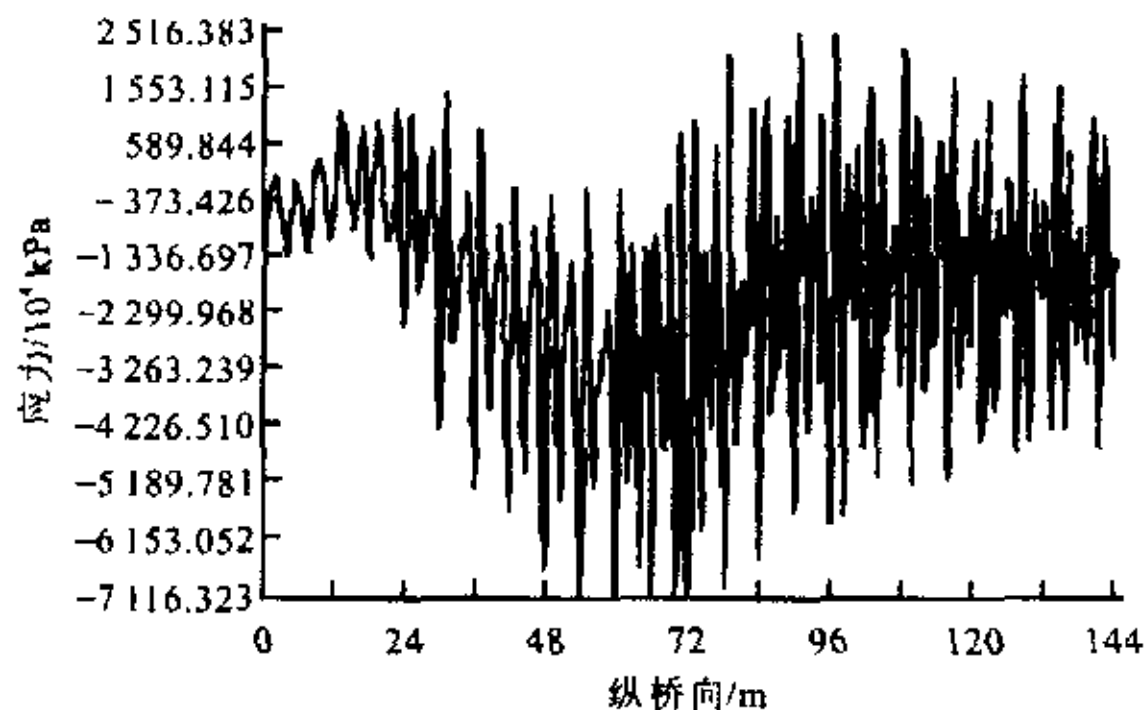


图10 3.2倍试验荷载下拱脚截面轴向最大应力曲线

入桥面不平整度引起的荷载动力放大系数,进行车—桥体系的振动分析,得出的结果与试验结果符合较好,说明笔者采用的计算理论是正确的。

(2)在试验荷载作用下,依兰牡丹江拱桥的拱肋钢管混凝土材料没有进入塑性,说明该桥在设计上具有较大的安全储备。

(3)在振动分析中,随着车辆荷载的增加,拱桥拱脚部位先于拱顶部位进入塑性。拱桥进入塑性阶段后产生的塑性变形远小于最大弹性变形,说明钢管混凝土组合材料有较好的恢复性能。

(4)桥面不平整度对桥梁的振动有较大的影响,进一步考虑桥面不平整度的影响进行钢管混凝土拱桥随机振动分析是今后的研究工作。

#### 参考文献:

[1] 钟善桐. 高层钢管混凝土[M]. 哈尔滨: 黑龙江科学出版社, 1999.

[2] 陈宝春. 钢管混凝土拱桥设计与施工[M]. 北京: 人民交通出版社, 1999.

[3] 陈塑寰. 结构动态设计的矩阵摄动理论[M]. 北京: 科学出版社, 1999.

[4] 盛洪飞. 依兰牡丹江钢管混凝土中承式拱桥模型试验简介[A]. 中国公路学会桥梁和结构工程学会 1996 年桥梁学术讨论会论文集[C]. 北京: 人民交通出版社, 1996.

[5] 钟 阳, 王哲人, 张肖宁. 不平整路面上行驶的车辆对路面随机动力学的分析[J]. 中国公路学报, 1992, 5(2): 40—43.